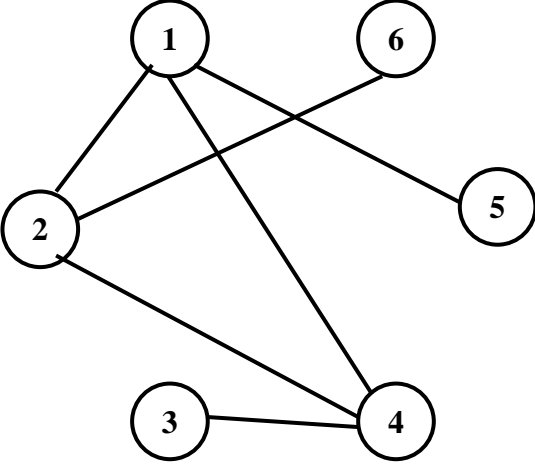
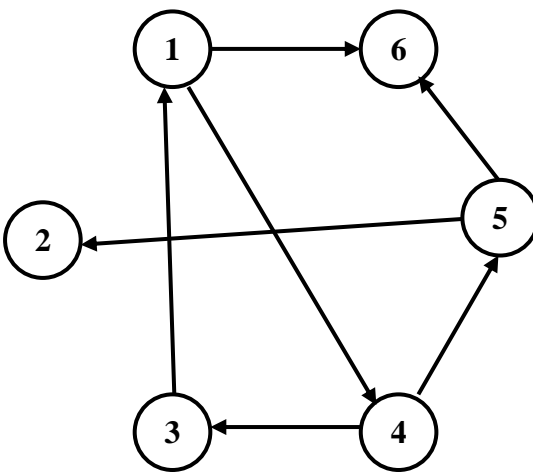


**Test Grafuri (1)**  
**Nr. 1**

Pentru graful neorientat  $G1 = (\{1,2,3,4,5,6\}, \{[1,2],[1,5],[1,4],[2,6],[2,4],[3,4]\})$  și graful orientat  $G2 = (\{1,2,3,4,5,6\}, \{(1,4),(1,6),(3,1),(4,3),(4,5),(5,2),(5,6)\})$  realizați următoarele cerințe:

1. Reprezentați vizual grafulile. **(0,5p.)**
2. Creați matricele de adiacență corespunzătoare. **(0,5p.)**
3. Scrieți nodurile(vârfurile) terminale și izolate din grafuri. **(0,5p.)**
4. Scrieți vectorul(vectorii) de grade pentru fiecare graf. **(0,5p.)**
5. Scrieți vectorii de liste pentru fiecare graf. **(1p.)**
6. Exemplificați parcurgerea în lățime a grafului  $G1$  din nodul 4 respectiv parcurgerea în adâncime a grafului  $G2$  din vârful 1. **(4p.)**

Se acordă **3 puncte** din oficiu.

|   | <b>G1</b>   | <b>G2</b>   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 |   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2 | <table border="1"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table> | 0   | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | <table border="1"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table> | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1   | 0   | 1 | 1 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1 | 0   | 0   | 1 | 0 | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 0   | 0   | 1 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1 | 1   | 1   | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1 | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 1   | 0   | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 0   | 0   | 1 | 0 | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1 | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 0   | 1   | 0 | 1 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 1   | 0   | 0 | 0 | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 0 | 0   | 0   | 0 | 0 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3 | <p>Terminale<br/><math>d[x]=1</math>    <b>3 5 6</b></p>  | <p>Terminale<br/><math>d^+[x]=0</math> si <math>d^-[x]=1</math>    <b>2</b></p>     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|   | <p>Izolate<br/><math>d[x]=0</math>    <b>Nu sunt</b></p>  | <p>Izolate<br/><math>d^+[x]=d^-[x]=0</math>    <b>Nu sunt</b></p>                   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

4

 $d[x]=$ 

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 1 | 3 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|

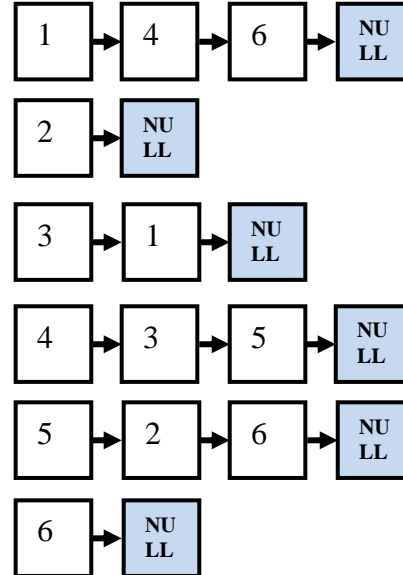
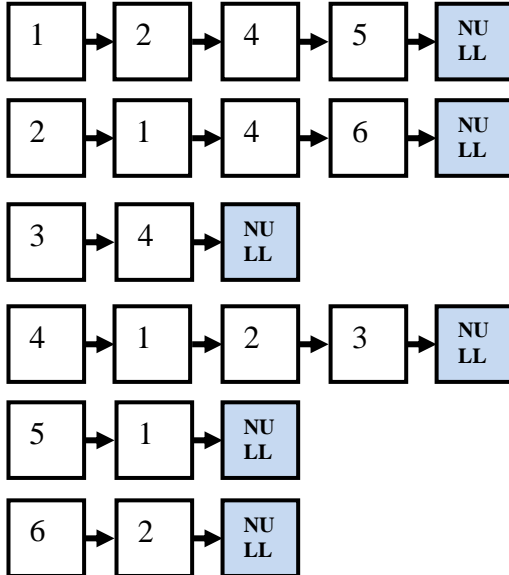
 $d^+[x]=$ 

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 0 | 1 | 2 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|

 $d^-[x]=$ 

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|

5



**Parcurgerea in lățime  
(Breath First Search – BFS)  
Nod pornire=4**

Inițializare:

Matricea de adiacență

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Vectorii coada și vizitat precum și  
variabilele prim și ultim sunt:**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| vizitat[] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| prim      | 1 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 1 |   |   |   |   |   |

**Parcurgerea in adâncime  
(Depth First Search – DFS)  
Vârf Pornire=1**

Inițializare:

Matricea de adiacență

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Vectorii stiva și vizitat precum și  
variabilele prim și ultim sunt:**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| stiva[]   | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| vizitat[] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| baza      | 1 |   |   |   |   |   |
| varf      | 1 |   |   |   |   |   |

Pas 1.

1 4 3 5 2 6

a. Se introduce in coada nodul de pornire (nodul 4).

**coada[ultim]=coada[1]=4**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| vizitat[] | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| prim      | 1 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 2 |   |   |   |   |   |

b. **ultim= ultim+1=2**

c. **vizitat[4]=1**

Pas. 2

a. se introduc in coada toate nodurile nevizitate adiacente nodului de pornire (in cazul nostru nodul 4) prin parcurgerea matricei de adiacenta a liniei 4 si testarea  $a[4][i] \neq 0$  si  $vizitat[i]==0$ . La fiecare nod adaugat in coada se mareste ultim cu o unitate si se introduce 1 in

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

vectorul vizitat.

$a[4][1]==1$  si  $vizitat[1]==0$  deci

**coada[2]=1, vizitat[1]=1 si ultim=3**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| vizitat[] | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| prim      | 1 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 3 |   |   |   |   |   |

Urmatorul element

$a[4][2]==1$  si  $vizitat[2]==0$  deci

**coada[3]=2, vizitat[2]=1 si ultim=4**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| prim      | 1 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 4 |   |   |   |   |   |

Urmatorul element

$a[4][3]==1$  si  $vizitat[3]==0$  deci

**coada[4]=3, vizitat[3]=1 si ultim=5**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 0 | 0 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| prim      | 2 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 5 |   |   |   |   |   |

Nu mai avem elemente n matricea de adiacenta pe linia 4 care sa fie egale cu 1 si se maresta prim cu o unitate

**prim=prim+1=2**

Cat timp  $prim < ultim$  trec la urmatorul element din coada adica  $coada[prim]$ ;  $coada[2]=1$ .

$prim < ultim (2 < 5)$  ? este adevarat

Parcurem linia 1 din matricea de adiacenta.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$a[1][2]=1$  dar  $vizitat[2]=1$  deci il sarim;

$a[1][4]=1$  dar  $vizitat[4]=1$  deci il sarim;

$a[1][5]=1$  si  $vizitat[5]=0$  deci il introducem in coada.

**coada[ultim]=coada[5]=5**  
**vizitat[5]=1 si ultim=6**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 0 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| prim      | 2 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 6 |   |   |   |   |   |

Nu mai sunt elemente pe linia 1 care sa poata fi introduse in coada si il marim pe prim.

**prim = prim+1=2+1=3**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 0 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| prim      | 3 |   |   |   |   |   |
| ultim     |   | 6 |   |   |   |   |

prim<ultim(3<6) ? este adevarat  
Parcurgem linia

**coada[prim]=coada[3]=2**

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

a[2][1]=1 dar vizitat[1]=1 deci il sarim.

a[2][4]=1 dar vizitat[4]=1 deci il sarim.

a[2][6]=1 dar vizitat[6]=0 deci il introducem in coada.

**coada[ultim]=coada[6]=6**  
**vizitat[6]=1 si ultim=7**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| prim      | 3 |   |   |   |   |   |
| ultim     |   |   |   |   |   | 7 |

Nu mai sunt elemente pe linia 1 care sa poata fi introduse in coada si il marim pe prim.

**prim = prim + 1 = 3 + 1 = 4**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| prim      | 4 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 7 |   |   |   |   |   |

**prim < ultim (4 < 7) ? este adevarat**

**Parcurgem linia**

**coada[prim] = coada[4] = 3**

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**a[3][4] = 1 dar vizitat[4] = 1 il sarim**

Nu mai sunt elemente egale cu 1 pe linia 3 deci il incrementam pe prim.

**prim = prim + 1 = 4 + 1 = 5**

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| prim      | 5 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 7 |   |   |   |   |   |

**prim < ultim (5 < 7) ? este adevarat**

**Parcurgem linia**

**coada[prim] = coada[5] = 5**

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$a[5][1]=1$  dar  $vizitat[1]=1$  il sarim.

Nu mai sunt elemente egale cu 1 pe linia 5 deci il incrementam pe prim.

$$\text{prim} = \text{prim} + 1 = 5 + 1 = 6$$

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| prim      | 6 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 7 |   |   |   |   |   |

$\text{prim} < \text{ultim}(6 < 7)$  ? este adevarat  
Parcurgem linia

$$\text{coada}[\text{prim}] = \text{coada}[6] = 6$$

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$a[6][2]=1$  dar  $vizitat[2]=1$  il sarim.

Nu mai sunt elemente egale cu 1 pe linia 6 deci il incrementam pe prim.

$$\text{prim} = \text{prim} + 1 = 6 + 1 = 7$$

|           |   |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| i         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| coada[]   | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| vizitat[] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| prim      | 7 |   |   |   |   |   |
| ultim     | 7 |   |   |   |   |   |

$\text{prim} < \text{ultim}(7 < 7)$  ? este false, deci am terminat algoritmul.

Afisam vectorul coada, deci  
BFS(4)=

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|