

# Arbori

## 1. Arborele liber

### 1.1. Definiția arborelui liber

Se numește **arbore liber**  $A$  un graf neorientat conex și fără cicluri.

**Obs.** De obicei se omite adjectivul *liber*, referirea la un graf conex aciclic făcându-se numai la arbore.

Se numește **subarbore** a arborelui  $A=(X, U)$ , orice arbore  $S=(Y, V)$  care are proprietatea :  $Y \subseteq X$  și  $V \subseteq U$ .

Orice arbore cu  $n$  noduri are  $n-1$  muchii.

## 2. Arbore parțial

### 2.1. Definiția arborelui parțial

Dacă un graf parțial al unui graf  $G$  este arbore, atunci el se numește arbore parțial al grafului  $G$ . Un graf  $G$  conține un arbore parțial dacă și numai dacă este un graf conex.

## 3. Arborele cu rădăcină.

### 3.1. Definiția arborelui cu rădăcină

Se numește **arbore cu rădăcină** un arbore  $A$  în care există un nod privilegiat numit **nod rădăcină**.

**Terminologie:**

- Muchiile unui arbore se numesc **ramuri** sau **arce**.
- Nodul rădăcină se mai numește **vârf** sau **tulpină**. În nodul rădăcină nu intră nici un arc.
- Într-un nod intră un singur arc (exceptând rădăcina) care îl leagă de un alt nod numit părinte sau predecesor.
- Dintr-un nod pot să iasă niciunul, unul sau mai multe arce care îl leagă de un alt nod numit fiu sau succesor.
- Nodurile fără succesori (din care nu iese nici un arc) se numesc frunze sau noduri terminale. Nodurile care nu sunt terminale se numesc noduri de ramificare.
- Două noduri adiacente din arbore sunt în relația tată-fiu sau părinte-fiu, iar muchiile sunt legături de tip tată-fiu. Între mai multe noduri se poate stabili o relație de tipul fiul fiului ... fiului sau tatăl tatălui ... tatălui. În primul caz se poate spune că nodul este descendent sau urmaș al altui nod, iar în al doilea caz că nodul este ascendent sau strămoș al altui nod.
- Două noduri care descind direct din același nod se numesc noduri frate.
- Ordinul unui nod este dat de numărul de descendenți direcți.
- Nodurile sunt organizate pe niveluri. Numerotând nivelurile nodurilor, rădăcina se găsește pe nivelul 0, descendenții ei pe nivelul 1, descendenții acestora pe nivelul 2 etc.
- Nivelul unui nod este egal cu numărul de noduri parcurse pe calea de la rădăcină la el.
- Un arbore cu rădăcină este arbore vid (arbore nul) dacă nu are nici un nod.
- Înălțimea unui arbore este dată de maximul dintre nivelurile nodurilor terminale (lungimea celui mai lung lanț care pornește din rădăcină).

**Caracteristici:**

- Nodul rădăcină este un nod privilegiat. El nu are părinte (ascendent), ci numai fii (descendenți). Este nodul de la care se consideră că pornesc ramurile către rădăcinile altor arbori. Orice nod al unui arbore poate fi considerat nod rădăcină.

- Un arbore A este vid, fie format dintr-un nod rădăcină R căruia îi este atașat un număr finit de arbori. Acești arbori sunt subordonați rădăcinii și se numesc subarbori ai arborelui A. Orice nod din arbore este rădăcina unui subarbore.

- Între doi subarbori nu pot exista decât două tipuri de relații:

- Relația de incluziune – unul dintre subarbori este subarborele celuilalt;

- Relația de excluziune – cei doi subarbori nu au noduri comune, dar aparțin aceluiași arbore.

Se numește arbore ordonat un arbore cu rădăcină în care fii unui nod sunt ordonați.

Se numește arborescență sau structură arborescentă un arbore cu rădăcină în care s-a stabilit nodul rădăcină.